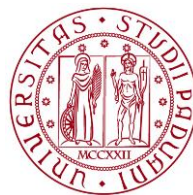


IMPLEMENTAZIONE DI UN SOLUTORE DINAMICO ESPLICITO PER UNA MODELLAZIONE TRIDIMENSIONALE A GRANDI DEFORMAZIONI



Università degli Studi
di Padova



Dipartimento di Ingegneria Civile,
Edile e Ambientale

Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Relatore: Professor Gianluca Mazzucco

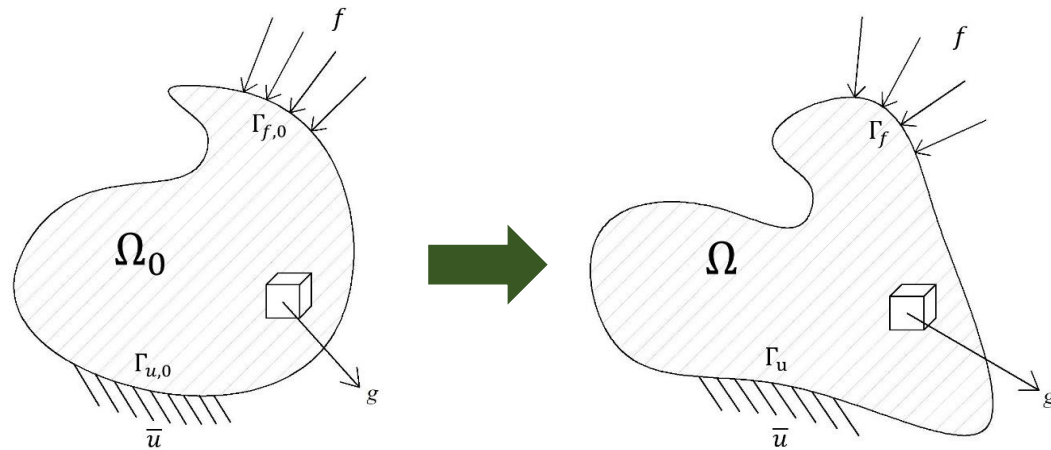
Laureando: Giuseppe Gallo

Contenuti della presentazione

- Meccanica dei solidi a **grande deformazione**
- Solutori **dinamici impliciti** ed **espliciti**
- **Stabilità** solutori dinamici
- Il **codice** implementato
- **Test** sul codice

} Introduzione
teorica

Meccanica dei solidi a grande deformazione



Configurazione **indeformata**
anche detto «**materiale**»

Configurazione **deformata**
Anche detta «**spaziale**»

- Grande deformazione $\rightarrow \Omega_0 \neq \Omega$
- Esistono **due approcci** per la risoluzione di problemi a grande deformazione:

**Total Lagrangian
formulation**

- **Forma debole dell'equilibrio** scritta sulla configurazione **materiale**
 - E tensore di deformazione di **Green-Lagrange**
 - **P**, **S** primo e secondo tensore di **piole-Kirchhoff**

**Updated Lagrangian
formulation**

- **Forma debole dell'equilibrio** scritta sulla configurazione **spaziale**
 - ϵ tensore di deformazione **logaritmica**
 - σ tensore di **Cauchy**

Cosa fanno i solutori dinamici?

- Risolvono l'**equazione differenziale** dell'**equilibrio** dinamico:

$$\boxed{\vec{F}_I(t)} + \boxed{\vec{F}_D(t)} + \boxed{\vec{F}_{int}(t)} = \vec{F}_{ext}(t)$$

Forze inerziali

 $\vec{F}_I(t) = \mathbf{M} \ddot{\vec{u}}(t)$

Forze viscosse

 $\vec{F}_D(t) = \mathbf{C} \dot{\vec{u}}(t)$

Forze elastiche o interne

 $\vec{F}_{int}(t) = \mathbf{K} \vec{u}(t)$
oppure
 $\vec{F}_{int}(t) = \sum_e \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega$

Come risolvo l'equazione di equilibrio?

- **Discretizzo** la variabile temporale in **passi di integrazione**

$$\mathbf{M} \ddot{\vec{u}}_{n+1} + \mathbf{C} \dot{\vec{u}}_{n+1} + \mathbf{K} \vec{u}_{n+1} = \vec{F}_{n+1}^{ext}$$

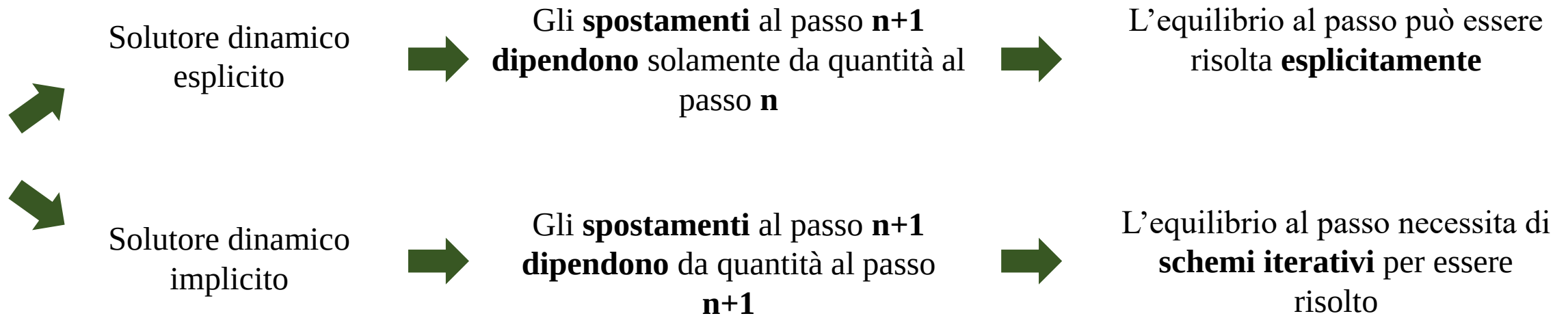
- Uso uno schema alle **differenze finite** attraverso le formule di **Newmark generalizzato**

$$\begin{cases} \dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t \left((1 - \gamma) \ddot{u}_n + \gamma \ddot{u}_{n+1} \right) \\ u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \left((1 - 2\delta) \ddot{u}_n + 2\delta \ddot{u}_{n+1} \right) \end{cases}$$

- Utilizzando $\gamma = 0.5$ e $\delta = 0$ si ottiene il metodo alle **differenze centrali**

$$\begin{cases} \dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t \frac{\ddot{u}_n + \ddot{u}_{n+1}}{2} \\ u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{\ddot{u}_n}{2} \Delta t^2 \end{cases}$$

Solutori impliciti e solutori espliciti



Il metodo alle **differenze centrali** è un metodo **esplicito**:

$$\begin{cases} \dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t \frac{\ddot{u}_n + \ddot{u}_{n+1}}{2} \\ \boxed{u_{n+1}} = \boxed{u_n} + \Delta t \boxed{\dot{u}_n} + \frac{\boxed{\ddot{u}_n}}{2} \Delta t^2 \end{cases}$$

Stabilità dei solutori dinamici

Ogni step di integrazione al passo comporta degli **errori** dovuti a:

- Errori di **arrotondamento** commessi dal calcolatore
- Errori di **troncamento** dovuti alla discretizzazione



È possibile avere un **feedback**
sull'errore commesso
controllando il **bilancio di energia**

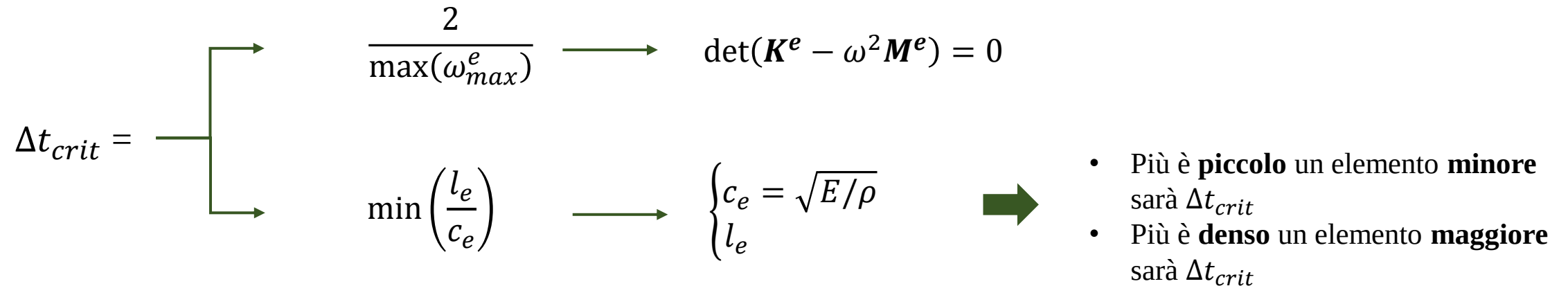
$$W_{int} + E_{kin} - W_{ext} \cong 0$$

Esistono 3 categorie di metodi :

- **Instabile** $\gamma < 0.5$
- **Condizionatamente stabile** $\gamma \geq \max(0.5, 2\delta)$
(ad esempio metodo alle differenze centrali)
- **Incondizionatamente stabile** $0.5 \leq \gamma \leq 2\delta$

Condizione di stabilità del metodo alle differenze centrali

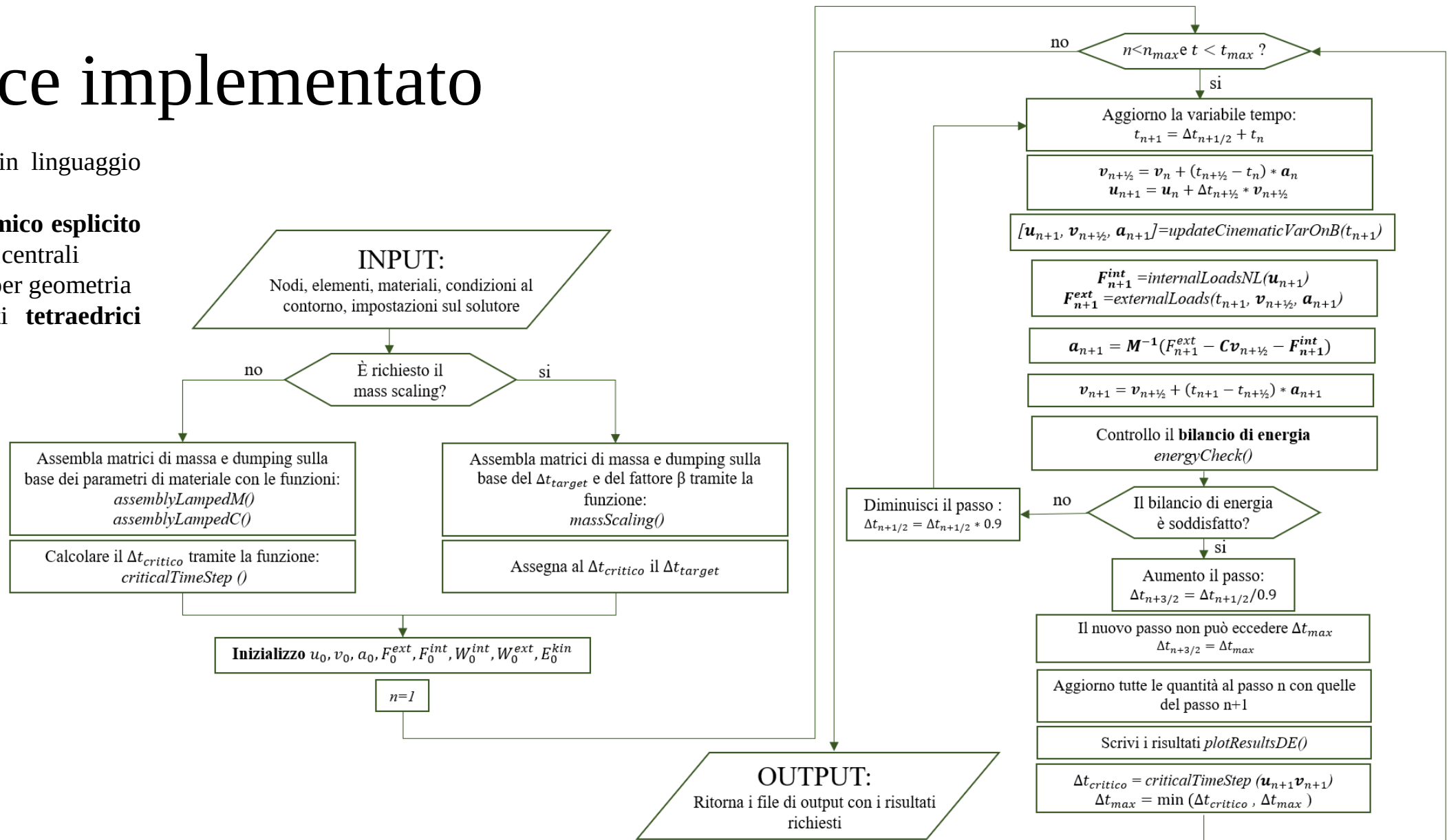
Condizione di stabilità: $\Delta t < \Delta t_{crit}$



Mass scaling $\longrightarrow$ scala fittiziamente la densità sugli elementi in modo tale da manipolare il $\Delta t_{critico} = \Delta t_{target}$

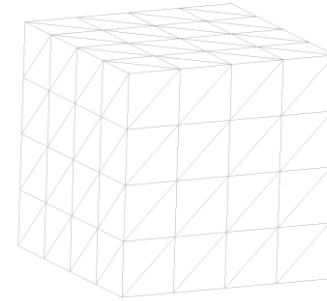
Il codice implementato

- Codice FEM in linguaggio **fortran**
- Solutore **dinamico esplicito** alle differenze centrali
- Non linearità per geometria
- Elementi finiti **tetraedrici** lineari

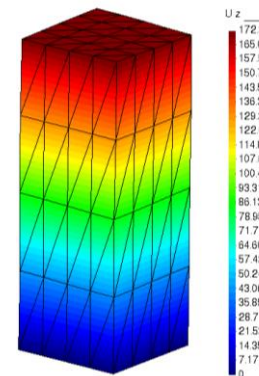
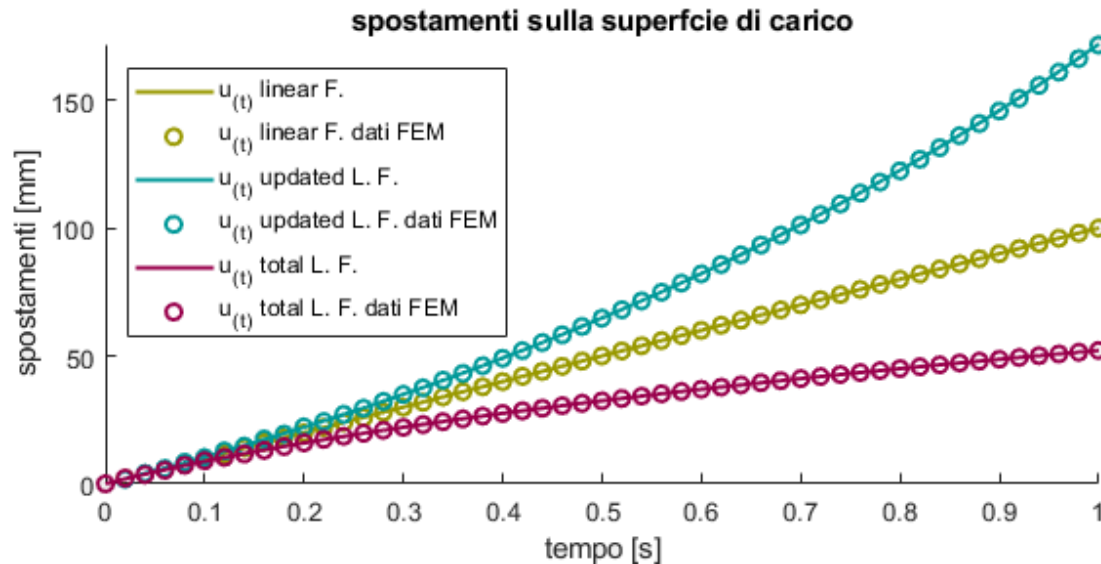
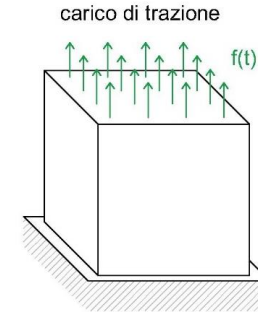


TEST CUBI – spostamenti modelli NL geom.

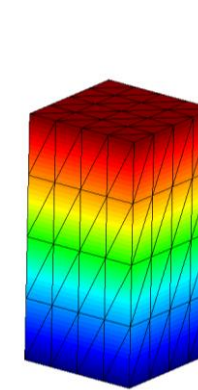
- Dimensioni 100x100x100mm
- $E=1000 \text{ MPa}$, $\nu=0.0$
- $\rho = 0.00001 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$ (analisi **quasi statica**)
- $c = 0.0001 \frac{\text{kg}}{\text{s} \cdot \text{mm}^3}$
- Carico **variabile monotono** da 0 a 1000MPa



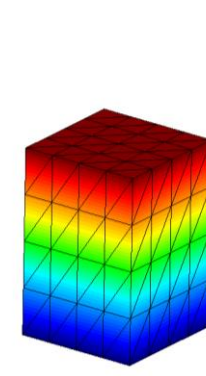
768 tetraedri
154 nodi



Updated lagrangian
formulation



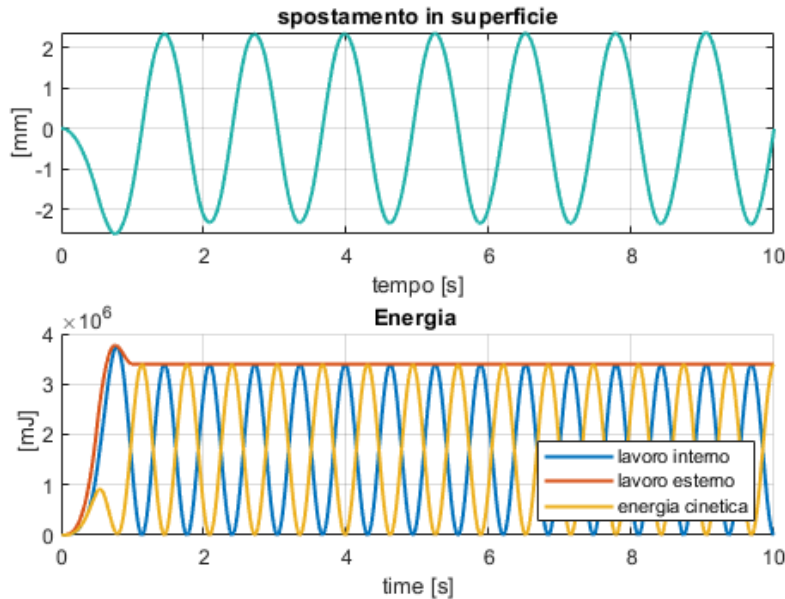
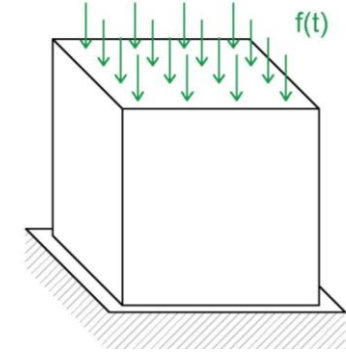
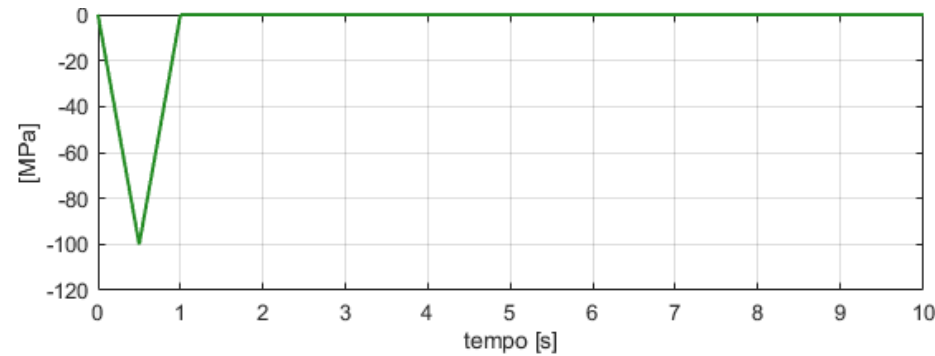
Linear formulation



total lagrangian
formulation

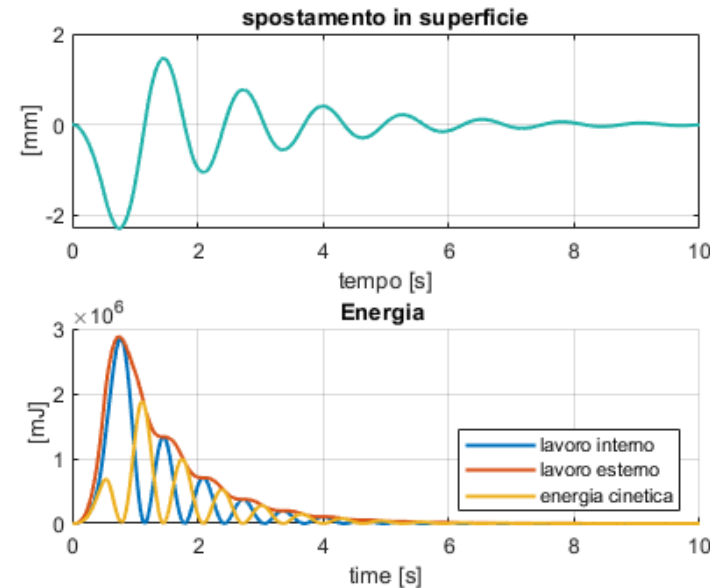
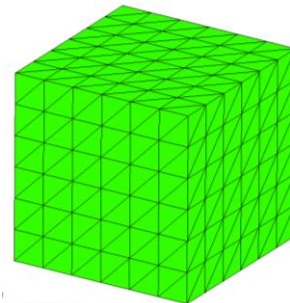
TEST SUI CUBI – oscillazioni libere

- Dimensioni 100x100x100mm
- $E=10000 \text{ MPa}$, $\nu=0.0$
- $\rho= 0.1 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$ (densità più alta)
- **Carico impulsivo** da -100MPa



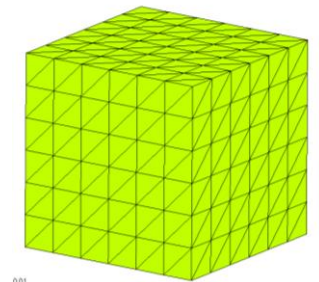
Oscillazioni non smorzate

$$c = 0.0 \frac{\text{kg}}{\text{s} * \text{mm}^3}$$



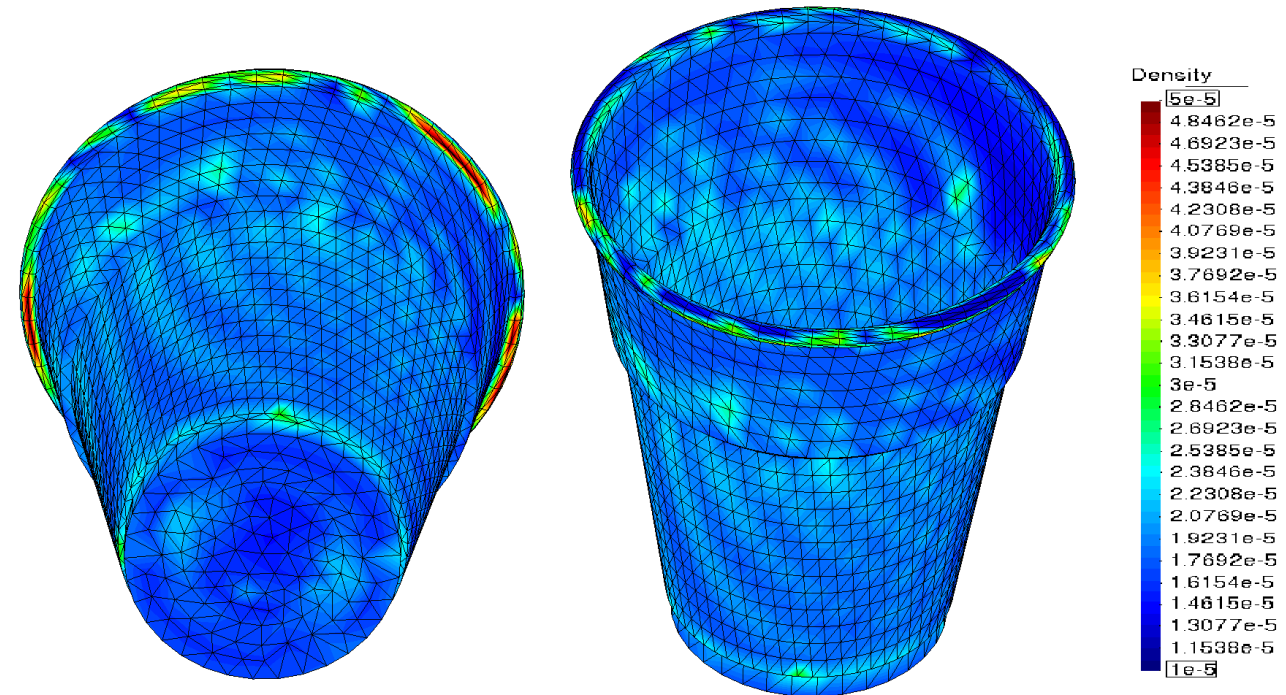
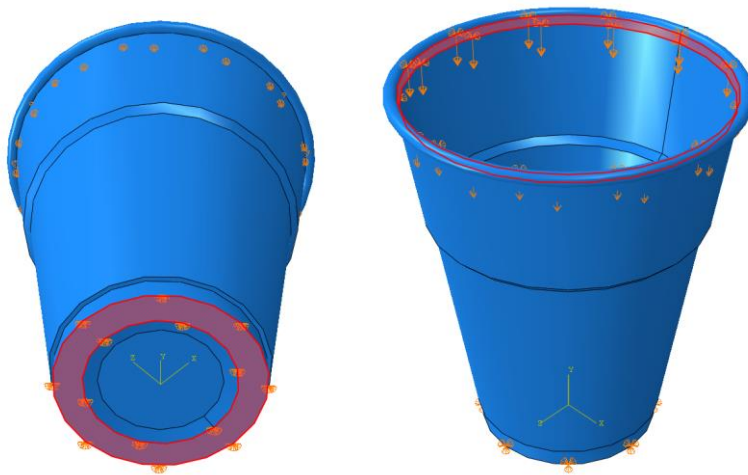
Oscillazioni smorzate

$$c = 0.01 \frac{\text{kg}}{\text{s} * \text{mm}^3}$$



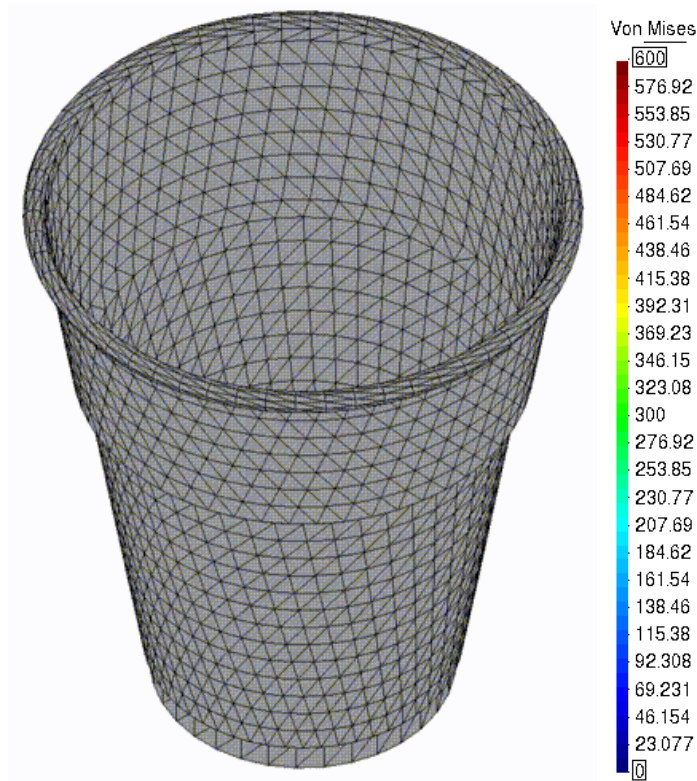
TEST BICCHIERE

- $h=90\text{mm}$, $\phi=80\text{mm}$
- Polipropilene $E=1400\text{ MPa}$, $\nu=0.35$
- Spostamento imposto di -15mm
- Mesh da 10174 elementi e 3354 nodi
- Mass scaling con $\Delta t_{target} = 0.05\text{ ms}$

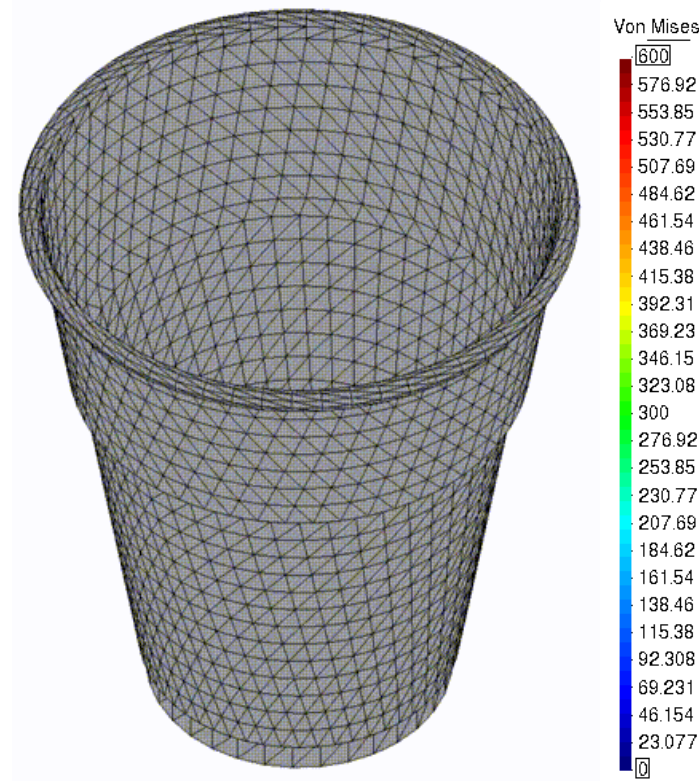


Distribuzione delle densità a seguito del mass scaling

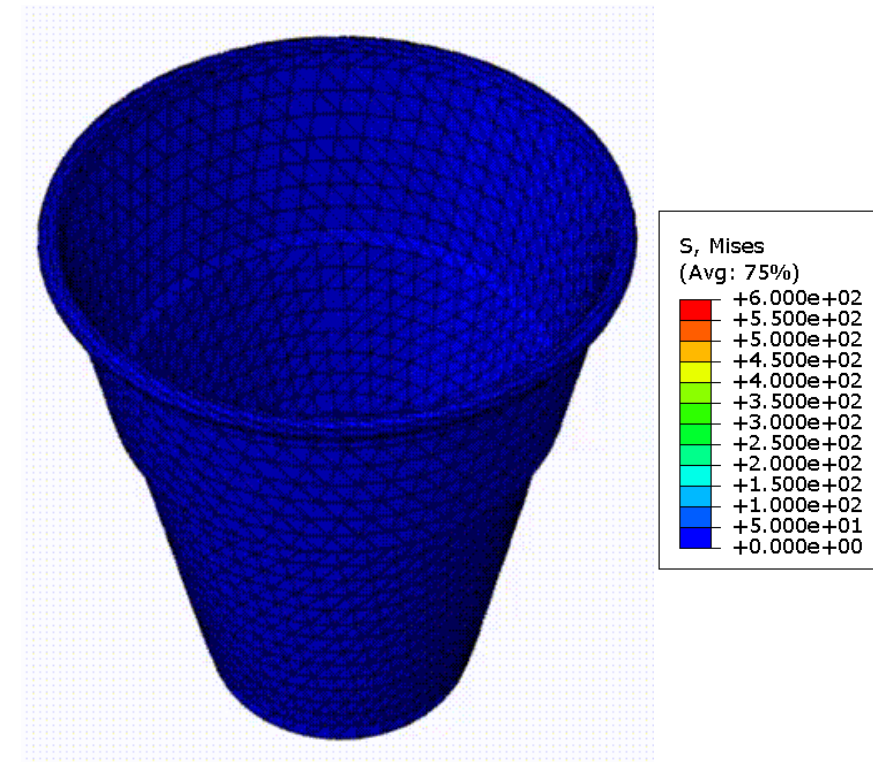
TEST BICCHIERE



Updated lagrangian formulation



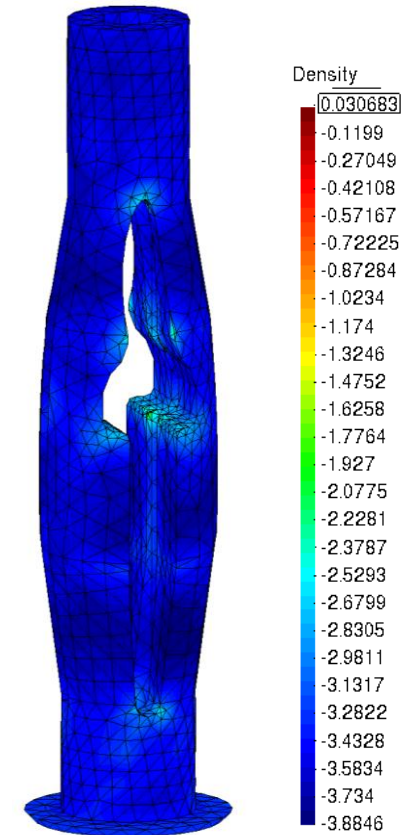
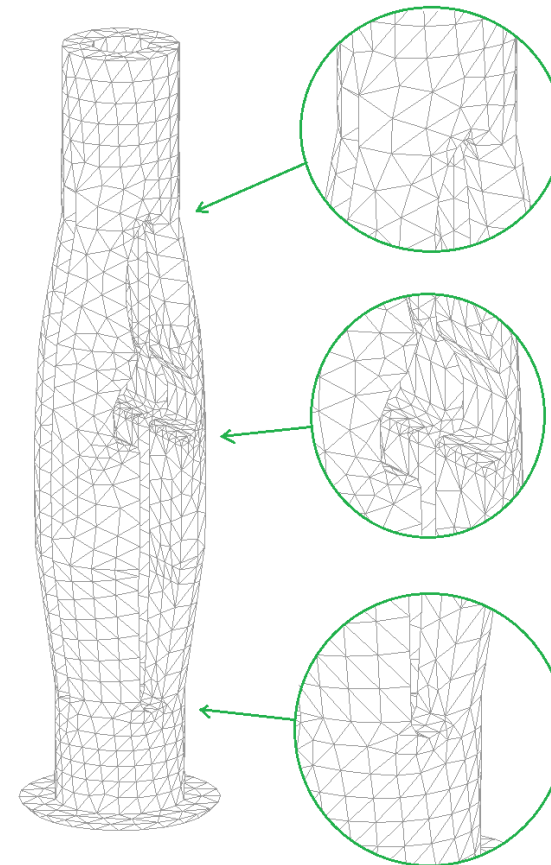
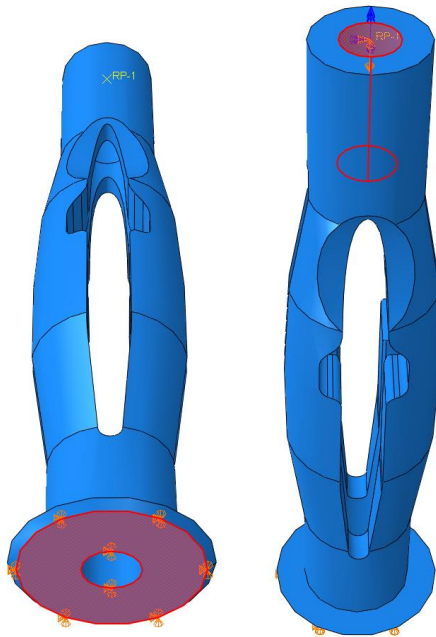
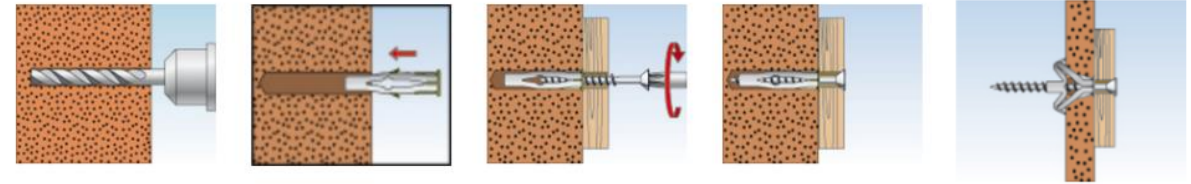
Total lagrangian formulation



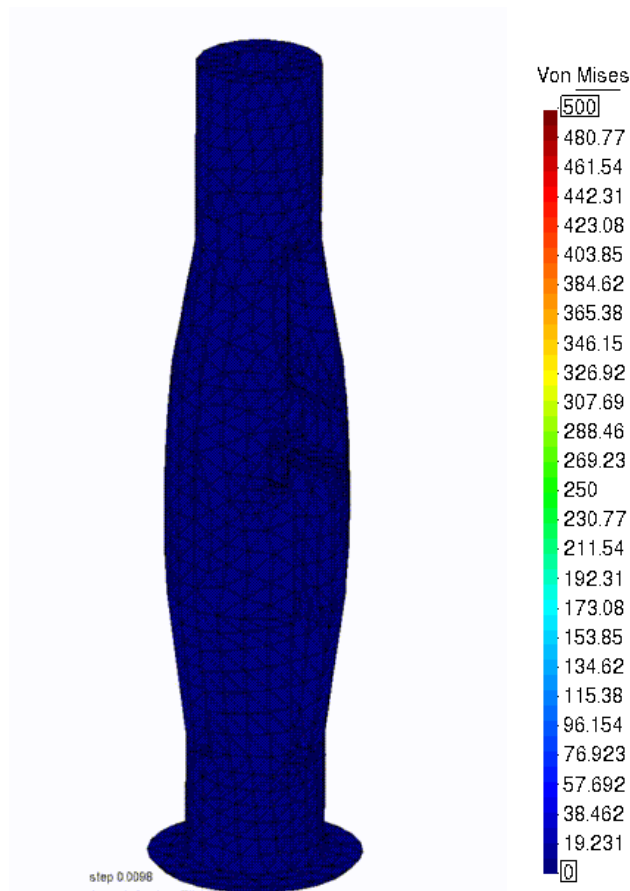
ABAQUS

TEST TASSELLO

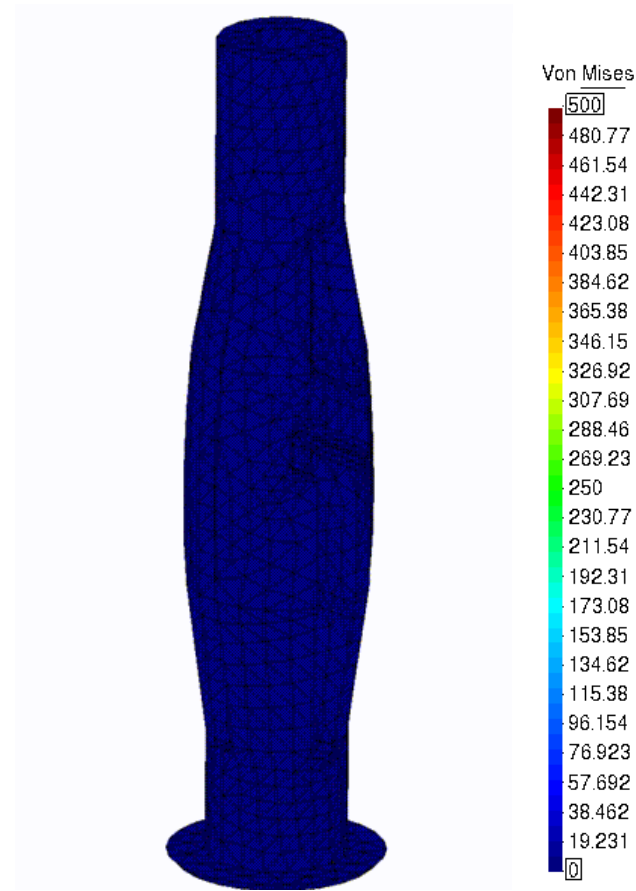
- $h=27\text{mm}$, $\phi=4\text{-}5\text{mm}$
- nylon $E=3000\text{MPa}$, $\nu=0.30$
- Spostamento imposto di -2.7mm , rotazione imposta 110°
- Mesh da 8124 elementi e 2372 nodi
- Mass scaling con $\Delta t_{target} = 0.1\text{ ms}$



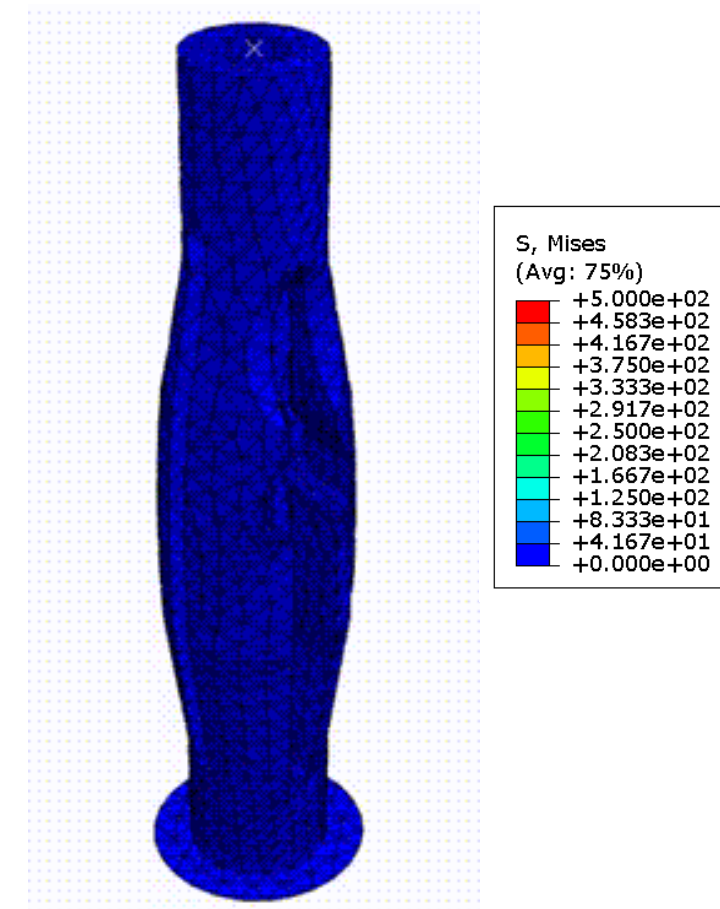
TEST TASSELLO



Updated lagrangian formulation



Total lagrangian formulation



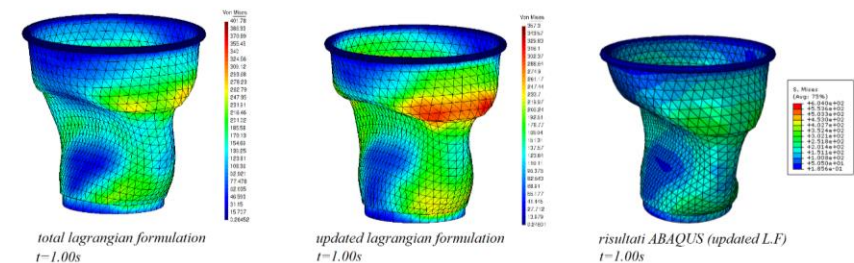
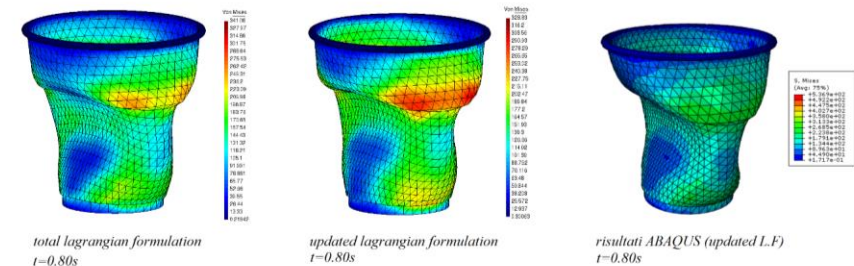
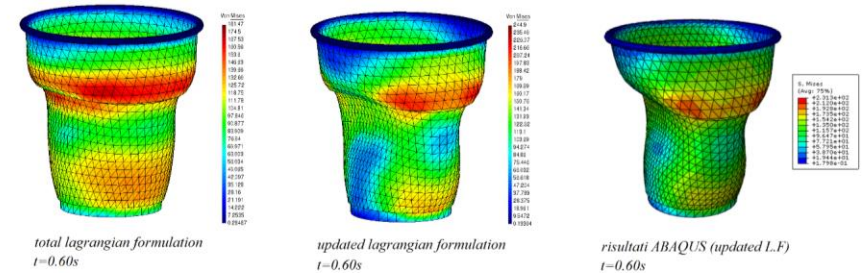
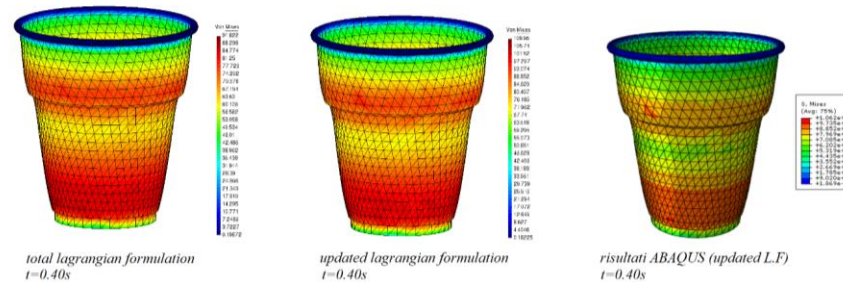
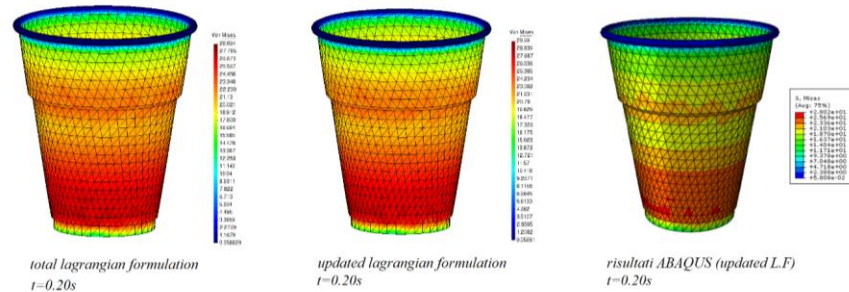
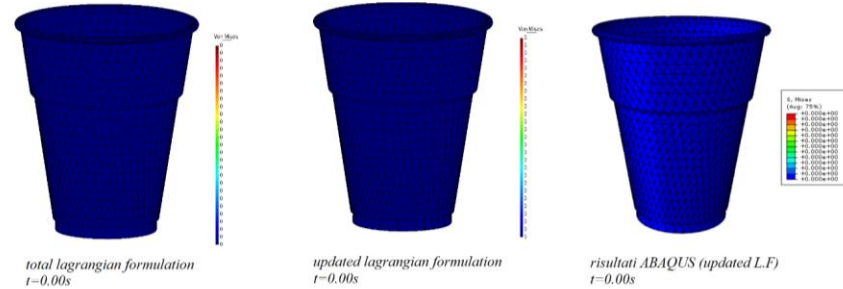
ABAQUS

Conclusioni

- Ho sviluppato il codice di un **solutore dinamico esplicito** per la modellazione tridimensionale.
- Il solutore supporta non linearità per geometria mediante le formulazioni **total** e **updated lagrangian formulation**.
- I test che ho svolto confermano la **corretta implementazione**.

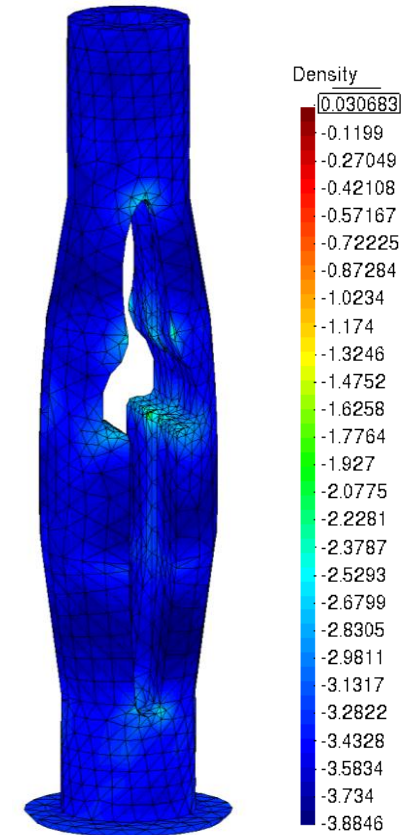
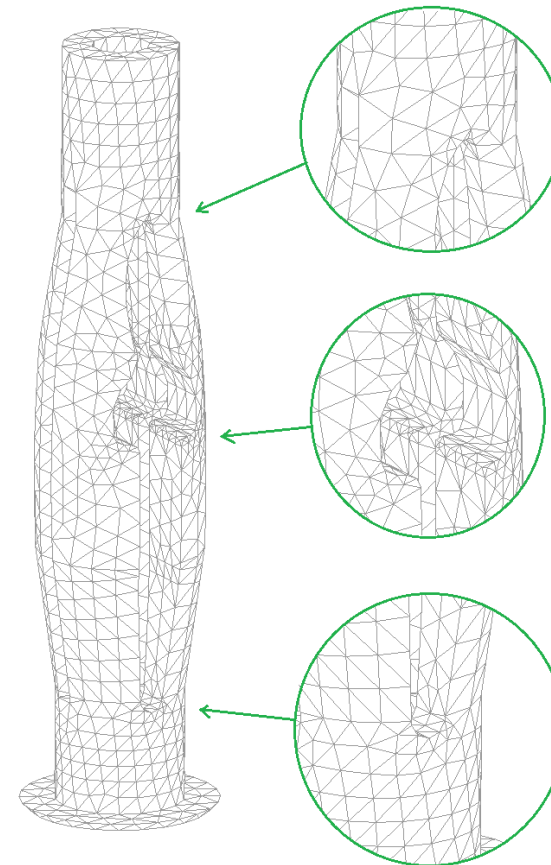
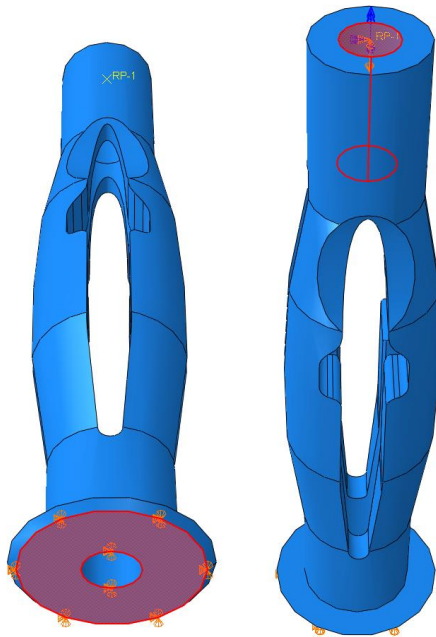
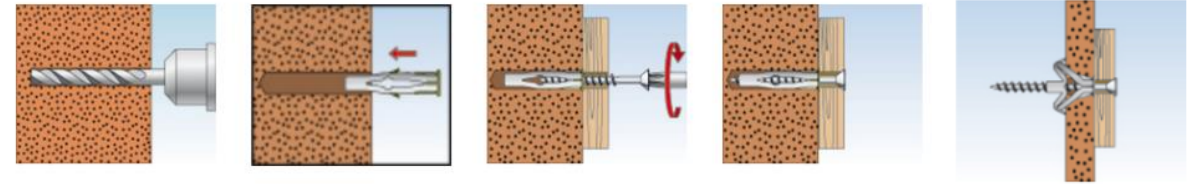
Grazie dell'attenzione

TEST BICCHIERE

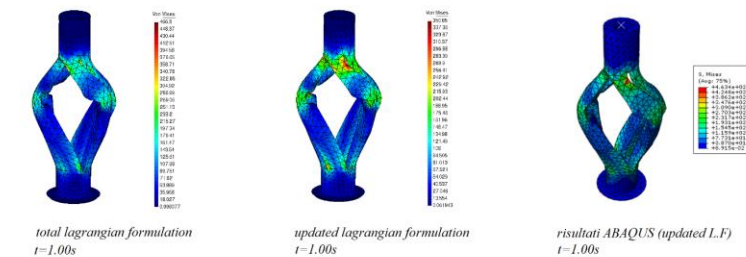
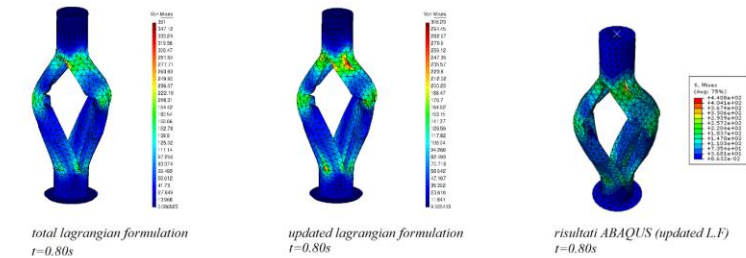
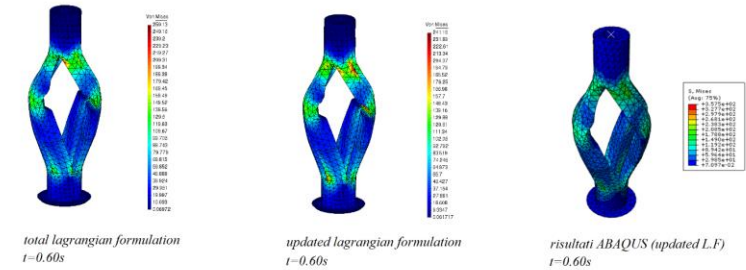
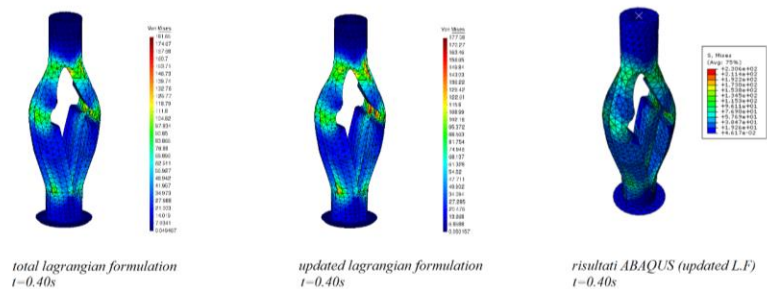
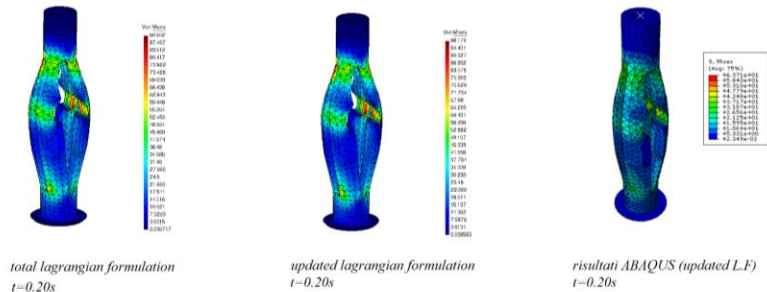
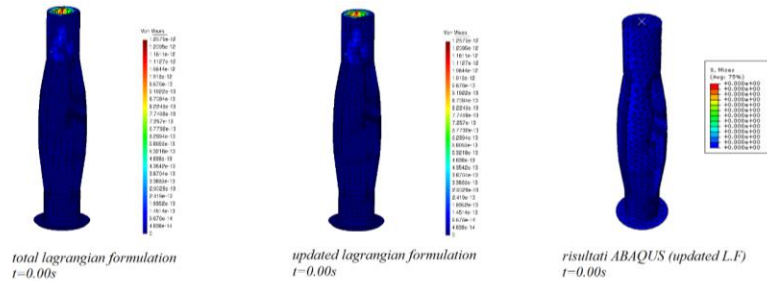


TEST TASSELLO

- $h=27\text{mm}$, $\phi=4\text{-}5\text{mm}$
- nylon $E=3000\text{MPa}$, $\nu=0.30$
- Spostamento imposto di -2.7mm , rotazione imposta 110°
- Mesh da 8124 elementi e 2372 nodi
- Mass scaling con $\Delta t_{\text{target}} = 0.1\text{ ms}$



TEST TASSELLO



Conclusioni

- Ho sviluppato il codice di un **solutore dinamico esplicito** per la modellazione tridimensionale.
- Il solutore supporta non linearità per geometria mediante le formulazioni **total** e **updated lagrangian formulation**.
- I test che ho svolto confermano la **corretta implementazione**.

Grazie dell'attenzione

Pro e contro metodi impliciti ed espliciti

Metodi impliciti

- + Possono essere **incondizionatamente stabili**
 - posso usare Δt **molto grandi**
- + ho la certezza di trovare una **soluzione equilibrata**
- Con **forti non linearità** rischio di non trovare convergenza
- Richiedono un notevole **onere computazionale** per la soluzione al passo

Metodi espliciti

- Possono essere, nel migliore dei casi, **condizionatamente stabili**
 - sono costretto ad utilizzare Δt **molto piccoli**
- Tendono ad **accumulare** gli **errori**
- + Affrontano molto bene anche casi con **forti non linearità**
- + Risolvono molto **velocemente** la soluzione al passo